Den eigenen Unterricht beobachten (2)

Über den Zusammenhang von Fachkompetenz, Beobachtungskompetenz und Lehrkompetenz –

dargestellt anhand von Beispielen aus dem Mathematikunterricht[1]

von *Hartmut Spiegel*

Sven, ein fußballbegeisterter Zweitklässler las nach jedem Fußballspiel seiner Lieblingsmannschaft interessiert in der Zeitung nach, welche Punktzahlen der Kritiker den einzelnen Fußballspielern gegeben hatte. Er kam auf die Idee, sie alle zusammenzuzählen, um einen Zahlenwert für die Gesamtleistung der Mannschaft zu erhalten. Da sie in der Schule noch nicht so weit vorgedrungen waren, erfand er für sich selbst eine bequeme Methode und führte sie eines Tages auch seiner Lehrerin vor. Die Punktzahlen waren: 9, 12, 10, 11, 8, 10, 9, 8, 12, 11, 10, 12. Er sagte: „119, 121, 121, 122, 120, 120, 119, 117, 119, 120, 120, 122, es sind zusammen 122.“ Die Lehrerin verstand nicht, nahm sich auch nicht die Zeit, auf ihn einzugehen und schickte ihn kommentarlos wieder weg. Können Sie sich vorstellen, wie enttäuscht er war?
Es ist gar nicht möglich und auch gar nicht nötig, dass man als Lehrperson zu jedem Zeitpunkt alles, was die Kinder an Ideen produzieren, vollständig durchschaut.[2] Man sollte aber den Kindern zugestehen, Denkwege zu gehen, die von den eigenen verschieden und daher manchmal schwer durchschaubar sind, und man sollte auch den Mut haben, einzugestehen, dass man manches auf Anhieb nicht versteht. Je mehr Kompetenz und daher auch je mehr Selbstvertrauen in die Kraft des eigenen Denkens man bezüglich des infrage stehenden Fachgebiets hat, desto leichter fällt einem, sich darauf einzulassen. In diesem Fall hätte Sven sicherlich - am besten im Kreis der anderen Kinder - selbst noch ein wenig mehr sagen können, was die Lehrerin und die anderen Kinder hätte verstehen lassen, wie er gedacht hat.
Eine andere Möglichkeit, in einer solchen Situation angemessen zu reagieren, ist es, einen besonderen Lösungsweg den anderen Kindern zunächst ohne Kommentar vorzulegen und diese nach einer Erklärung suchen zu lassen. Das funktioniert nicht auf Anhieb, aber wenn die Kinder vom ersten Schuljahr an daran gewöhnt werden, einander zuzuhören, sich zu bemühen, die Lösungswege anderer aufzufassen und im Zweifelsfall nachzufragen, dann werden Fortschritte nicht ausbleiben. Ganz gut funktioniert hat diese Vorgehensweise z.B. in folgendem Fall:
Eine Klassenarbeit in einem 4. Schuljahr enthielt folgende Aufgabe:
"Der Apotheker füllt 1,750 kg Salmiakpastillen in Tüten zu je 50 g. Wieviel Tüten erhält er?"
In Annikas Arbeit war folgende Lösung zu finden:

$$1{,}750\text{ kg} : 50\text{ g} = \qquad \begin{array}{rcr} 2 \cdot 7 & = & 14 \\ 1 \cdot 1 & = & 1 \\ 2 \cdot 10 & = & \underline{20} \\ & & 35 \end{array}$$

Antwort: Der Apotheker erhält 35 Tüten.
Bei der ersten Durchsicht der Arbeit verstand die Lehrerin den Lösungsweg nicht - und da es ja nicht nur auf richtige Ergebnisse, sondern auch auf mathematisch korrekte Lösungswege ankommt, wusste sie nicht, wie sie diese Lösung bewerten sollte. Zwei Kollegen, denen sie am Nachmittag die Lösung zeigte, konnten nichts damit anfangen, hielten das richtige Ergebnis für einen Zufall und hätten keinesfalls die volle Punktzahl vergeben. Auf dem Heimweg dämmerte ihr es dann und Annika bekam die volle Punktzahl. Am nächsten Tag bat sie Annika, ihre Lösung aus dem Gedächtnis anzuschreiben - und sie schrieb sie genauso wieder auf. Sie fragte die anderen Kinder der Klasse, wie *Annika* sich das überlegt habe, und *Sebastian* gab eine verständliche Erklärung, der *Annika* zustimmte.[3]
Es war *Annikas* Glück, dass sie eine Lehrerin hatte, die nicht sofort alles, was sie nicht verstand oder was von dem abwich, was sie erwartete, zurückwies oder ignorierte. So konnte auch *Annika* mit der Zeit *Vertrauen in die eigene Denkfähigkeit und Freude am Denken*[4] entwickeln. Andernfalls hätte sie vielleicht erfahren müssen, dass sie doch nicht so denkt, wie die Lehrerin es verlangt. Die Folge wäre gewesen, dass sie schließlich das eigene Denken an den Nagel gehängt hätte.

- Joachim Kahlert: Unterrichtsbeobachtung – eine Voraussetzung für die Feinabstimmung zwischen Lehren und Lernen (1,SWZ 30)
- **Hartmut Spiegel: Über den Zusammenhang von Fachkompetenz, Beobachtungskompetenz und Lehrkompetenz – dargestellt anhand von Beispielen aus dem Mathematikunterricht (2,SWZ 31)**
- Elke Inckemann: Beobachtungskompetenz als Voraussetzung für eine individuelle Entwicklungsförderung beim Schriftspacherwerb (3, SWZ 32)

Es müssen nicht immer gleich so originelle Denkwege sein wie die eben genannten. Es geht auch schlichter, aber nicht minder problemhaltig für die Lehrperson.
Tim rechnete die Aufgabe: „43-16=?“ so:
40-10=30; 6-3=3; 30-3=27.
Darf er das? Das Ergebnis ist richtig, aber vielleicht ist es nur Zufall. Versuchen wir´s mal mit: „
57 - 29 = ?“. 50 - 20 = 30; 9 - 7 = 2; 30 - 2 = 28. Stimmt wieder. Muss ja auch, denn die uns merkwürdig erscheinende Vorgehensweise ist vollständig analog zu der, die für die Zehnerüberschreitung den Kindern Ende des ersten Schuljahrs mühsam eingetrichtert wird. Warum? „8 + 7“ müssen die Kinder so rechnen: Bis zur 10 sind´s 2´, bleiben von der 7 noch 7 - 2 also 5; 10 + 5 = 15. Machen wir das mal für 17 - 9: Bis zur 10 sind´s 7 (Das kann man hier leichter sehen als beim Addieren!) Bleiben von der abzuziehenden 9 noch übrig: 9 - 7, also 2. 10 – 2 = 8. Nach dem gleichen Prinzip kann man sich die oben angegebenen Aufgaben gerechnet denken. Wichtig ist natürlich, dass die Lehrerin sich mit Kindern, die so rechnen, auch über die Rechtfertigung verständigt. Nur so kann sie sich davon überzeugen, ob das Vorgehen einen Verstehenshintergrund hat oder rein mechanischer Natur ist. Im letzteren Fall besteht nämlich die Gefahr fehlerhafter Übertragung auf andere Fälle wie z.B. bei „89 – 56 = ?“: 80 – 50 = 30;
9 – 6 = 3; 30 – 3 = 27.
Auch im folgenden Beispiel ist ein Kind im Recht, muss sich aber zu Unrecht gemaßregelt fühlen, weil es von seiner Lehrerin nicht verstanden wird. Die Zweitklässlerin hatte geschrieben: „24 : 3 = 8, weil 3 · 8 = 24“. Die Lehrerin wollte das nicht gelten lassen, weil sie „24 : 3 = 8, weil 8 · 3 = 24“ für allein zulässig hielt. Wer nun mit dem Knüppel des Kommutativgesetzes (hier: „3 · 8 = 8 · 3, also ist es doch egal, was man schreibt") kommt, um die Lehrerin eines Besseren zu belehren, argumentiert allerdings zu formal und wird dem Kind und der Sache nicht gerecht: Das Kommutativgesetz ist nur dann eine substanziell interessante Aussage, wenn man im Blick hat, dass mit 3 · 8 = 8 · 3 ausgedrückt wird, dass 8 + 8 + 8 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 ist, d.h. „3 · 8“ und „8 · 3“ für etwas zu Unterscheidendes stehen .
Die Lehrerin hat also recht, wenn sie einen Unterschied zwischen 3 · 8 und 8 · 3 macht. Aber damit sind wir noch nicht am Ende: Wenn das Kind sich nämlich beim Rechnen überlegt hat:
„Wieviel erhalte ich, wenn ich 24 in drei gleichgroße Teile teile?“ und dann „8“ als Ergebnis hat, dann kontrolliert es logischerweise noch mal mit 3 · 8, d.h. 8 + 8 + 8, ob das Ergebnis richtig ist. Die Schreibweise der Lehrerin passt dagegen zur Überlegung: „Wie oft passt die 3 in die 24?“ Dazu gehört als Umkehraufgabe 8 · 3. Aber selbst dann, wenn das Kind diese Überlegung benutzt hat, könnte es trotzdem 3 · 8 geschrieben haben, weil sich - sofern die Aufgaben noch nicht automatisiert sind – 3 · 8 leichter als 8 · 3 rechnet. Die Lehrerin ist also im Unrecht, wenn sie die Lösung zurückweist.
Die Beispiele zeigen, dass man als Lehrperson hinreichend kompetent und hellwach sein muss, will man nicht Gefahr laufen, Kindern Unrecht zu tun und ihnen das selbständige Denken abzugewöhnen. Dabei ist sicherlich unstrittig, dass mathematisch korrekte Lösungen der Kinder - wie die oben angeführten - akzeptiert und entsprechend gewürdigt werden sollten, aber wie sieht es bei Fehlern aus? „Aus Fehlern lernen“ scheint in der Hauptsache für das richtige Leben zu gelten, nicht aber für das Leben im Klassenzimmer, wo sie häufig tabuisiert und übergangen werden[5]. Dass auch in Fehlern ein großer Teil korrektes Denken stecken kann, davon legen nachfolgende Beispiele Zeugnis ab. Insofern lohnt es sich immer, mit den Kindern der Fehlerquelle nachzuspüren, um die Spreu (die Fehlerursache) vom Weizen (dem rationalen Kern) zu trennen, auf dass der Weizen nicht verloren gehe. Analysieren wir einige Beispiele:

1. Beispiel

Beim Teilen kann man auf verschiedene Arten schrittweise vorgehen. Eine weniger gebräuchliche Art ist die folgende: Will man 120 : 4 ermitteln, kann man sich z.B. erst überlegen, dass 120 : 20 = 6 ist, weiterhin sich daran erinnern, dass 20 : 4 = 5 ist und dann mit 5 · 6 = 30 das Ergebnis erhalten. Zugegeben, die meisten von uns würden z.B. 120 : 2 = 60; 60 : 2 = 30 für einfacher halten. *Jonas* hat bei Anwendung der gleichen Methode auch prompt einen Fehler gemacht: Für ihn war 60 : 3 = 10, weil er 60 : 6 = 5; 6 : 3 = 2; 5 · 2 = 10 gerechnet hat. Wichtig ist, dass er die Rückmeldung bekommt, dass hinter seiner Vorgehensweise eine mathematisch korrekte Idee steckt und der Fehler nur wegen des falschen 60 : 6 = 5 entstanden ist.

2. Beispiel

Nie werde ich die Schulanfängerin *Lucy* vergessen, die „Dreizehn“ für das Ergebnis von „8 + 3“ hielt und mir auf meine Rückfrage im Brustton der Überzeugung erklärte: „Nach Zehn kommt doch Dreizehn!“ Sie hat also völlig korrekt um 3 Schritte weitergezählt, das Problem war nur, dass ihre Zählreihe nicht immer auch die Elf und die Zwölf enthielt.
Das Typische an diesen beiden Beispielen ist, dass die Kinder eine für das Problem korrekte Prozedur gewählt haben und der Fehler dadurch entsteht, dass ein verwendeter „Wissensbaustein“ fehlerhaft ist. Bei den folgenden Beispielen liegt die Sache etwas anders: Eine Prozedur, die für bestimmte Fälle korrekt ist, wird im Zuge der Analogiebildung auf Fälle übertragen, in denen sie nicht anwendbar ist.

3. Beispiel
Weil $4 \cdot 10 = 40$ ist, ist auch $4 \cdot 5 = 20$. Halbiere ich einen Faktor, halbiert sich auch das Produkt.
Das gilt bei der Division auch für den Dividenden: Weil $40 : 5 = 8$ ist, ist $20 : 5 = 4$. Aber es gilt nicht für den Divisor. Dieser Unterschied war Elina nicht klar, als sie von $400 : 10 = 40$ auf $400 : 5 = 20$ schloss. Nur die Rückmeldung: „falsch“, vielleicht verbunden mit dem Hinweis, dass 80 herauskommt, wird Elina nicht helfen.
4. Beispiel
Im Rahmen von Übungen mit dem Taschenrechner kamen Viertklässler auf die Idee, statt „$89 \cdot 91$“ einzutippen: „$90 \cdot 90$“. Als sie zur Probe dann auch „$89 \cdot 91$“ eintippten und ein anderes Ergebnis sichtbar wurde, fingen sie an, dem Taschenrechner zu misstrauen ...

Schlussbemerkung
Mathematik ist das Unterrichtsfach, das sich besonders gut dazu eignet, Kinder selbständig Entdeckungen machen zu lassen und sie durch eigenes und gemeinschaftliches Nachdenken Einsichten gewinnen zu lassen - man braucht ihnen nicht alles vorzusagen und man darf es auch nicht, wenn man die Entwicklung eigenständigen Denkens nicht behindern will. „Für ein Recht auf eigenes Denken“[6] sollte das Motto der Arbeit mit den Kindern sein.
Sich konsequent daran zu orientieren bedeutet aber auch, sich auf die Denkwege der Kinder selbst einen Reim machen zu können, um sie aufgreifen und weiterentwickeln zu können. Dass das nicht immer einfach ist, zeigen die obigen Beispiele. Dennoch hoffe ich, dass sie dazu ermuntern,
- Kindern so viel Spielräume wie nur möglich zu eröffnen, damit sie ihr Denken entfalten können
- Kinder zu animieren, darüber Auskunft zu geben, wie sie zu ihren Ergebnissen gekommen sind, dabei aber im Auge zu behalten, wie schwer es für sie ist, Lösungswege korrekt und vollständig darzustellen
- Kindern sorgfältig zuzuhören und alles nur Denkbare zu versuchen, ihren Gedankengängen auf die Spur zu kommen.[7]
Es lohnt sich - für einen selbst und die Kinder!

Anmerkungen
[1)] Die Mehrzahl der Beispiele findet sich auch im Buch: „Wie Kinder rechnen“ (Spiegel u. Selter 1997), in dem eine Fülle weiterer Beispiele für das in diesem Aufsatz pointierte Anliegen zu finden ist.
[2)] Wer auch nach längerem Nachdenken nicht hinter das Geheimnis von Svens Trick gekommen ist, findet in „Wie Kinder rechnen“ auf S. 11 eine Erklärung
[3)] Wer feststellen will, ob seine eigene Erklärung mit der von Sebastian übereinstimmt, kann in „Wie Kinder rechnen“ auf S. 12 nachlesen.
[4)] Kursive Passage stammt wörtlich aus dem Lehrplan von NRW.
[5)] Ein eindrucksvolles Beispiel hierfür ist in Holt 1969, S. 110-111 nachzulesen.
[6)] Vgl. *Hengartner*, 1992.
[7)] Eine Fülle praktischer Anregungen hierzu können Sie außer in *Selter* u. *Spiegel* (1997) auch in den empfehlenswerten Büchern *Krauthausen* (1998) und *Hengartner* (1999) finden.

Literatur
Hengartner, E.: Für ein Recht der Kinder auf eigenes Denken. Pädagogische Leitideen für das Lernen von Mathematik. In: Die neue Schulpraxis, (1992) 7/8, S.15-27
Hengartner, E. (Hrsg.): Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht. Zug 1999.
Krauthausen, G.: Lernen - Lehren - Lehren Lernen. Zur mathematikdidaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe. Leipzig 1998
Holt, J.: Chancen für unsere Schulversager. Freiburg i.Br. 1969.
Selter, C. u. *Spiegel, H.*: Wie Kinder rechnen. Stuttgart 1997.

Anschrift des Autors:
Prof. Dr. Hartmut Spiegel, Universität Paderborn, FB 17, Mathematik/Informatik, Warburger Str. 100, 33098 Paderborn

---